

DATABÁZE ÚLOHY PRO NADANÉ

Objem vody v potrubí LOGIKA A MATEMATIKA

učivo 2. stupně

Mgr. Jana Schořová, GJB Ivančice



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



jihomoravský kraj

Výukový materiál je určen pro studenty tercie (8. ročníku), je zaměřen na procvičování objemu válce.

Studenti pracují ve dvojicích. Lze ale úspěšně použít i pro jednotlivce. Rozdělení studentů do dvojic probíhá náhodně pomocí kartiček. Kartičky jsou součástí tohoto výukového materiálu. Každý student si vylosuje kartičku s obrázkem hrnečku a údaji k výpočtu výšky hrnečku (objem hrnečku, průměr dna hrnečku). Dvojici vytvoří ti studenti, jejichž hrneček má stejnou výšku.

Dále studenti řeší problém výpočtu objemu válce, objemu vody v potrubí s větším průměrem a menším průměrem. Výpočet je založen na konkrétní situaci potrubí v domě z roku 1953. Cílem je ukázat, jak závisí poloměr potrubí na objemu vody, která se ohřívá.

Zdroje: vlastní, průřez trubek byl zpracován v programu SolidWorks



Úkol na úvod hodiny – Rozřazování do dvojic

Vytvořte dvojice. Dvojicí tvoří dva hrnečky, které mají vždy stejnou výšku. Tu spočítáte z údajů na kartičce. K výpočtu použijte kalkulačtor. Výslednou výšku hrnečku zaokrouhlete na celé centimetry. Ve dvojicích vypracujte pracovní list Objem vody v trubkách, výpočty uvádějte každý do svého zadání.

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	$\frac{1}{4}$ litru	56 mm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	20 cl	0,48 dm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	0,3 dm ³	56 mm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	125 ml	0,34 dm

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	$\frac{1}{5}$ litru	4,4 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	1,5 dl	46 mm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	3 dl	0,68 dm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	125 ml	48 mm

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	15 cl	52 mm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	0,25 l	6,4 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	20 cl	0,54 dm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	0,2 l	50 mm

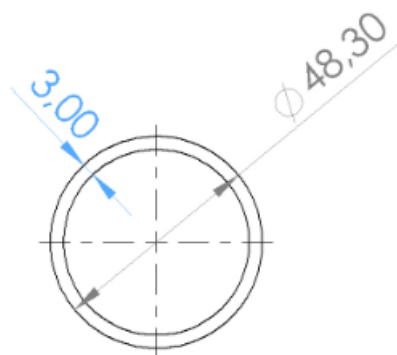
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	25 cl	5,4 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	125 ml	36 mm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	300 ml	0,54 dm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku
	1,6 dl	0,38 dm

Pracovní list – Objem vody v trubkách

Dědeček Ivan bydlí v přízemí domu z roku 1953. Dům je vytápěn plynovým kotlem. Část potrubí byla vyměněna v roce 2000, když byl dům převeden na plynové vytápění. Bohužel část trubek zůstala původní. Tyto trubky jsou silné a kotel proto ohřívá zbytečně velké množství vody. Dědečka zajímá, jaké množství vody se ohřívá těmito trubkami a jaký objem by se ohříval v trubkách nových, s menším průměrem.

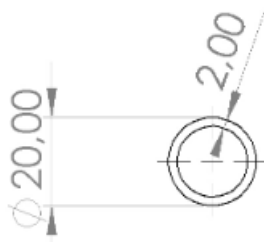
Dědeček požádal svou vnučku Janu, aby mu s výpočty pomohla. Jana si našla plán domu z roku 1953, do kterého si zakreslila trasu trubek a plynový kotel. Červené úsečky představují trubky s teplou vodou od kotle, modré potom trubky se studenou vodou, která se vrací k plynovému kotli, když předá svoje teplo do okolí a ohřeje obytné místnosti.

Dědeček Janě popsal průřez původní staré trubky. Jana si dle jeho popisu vše zakreslila, viz obrázek 1. Rozměry jsou uvedeny v milimetrech.



Obrázek 1 Průřez původní staré trubky

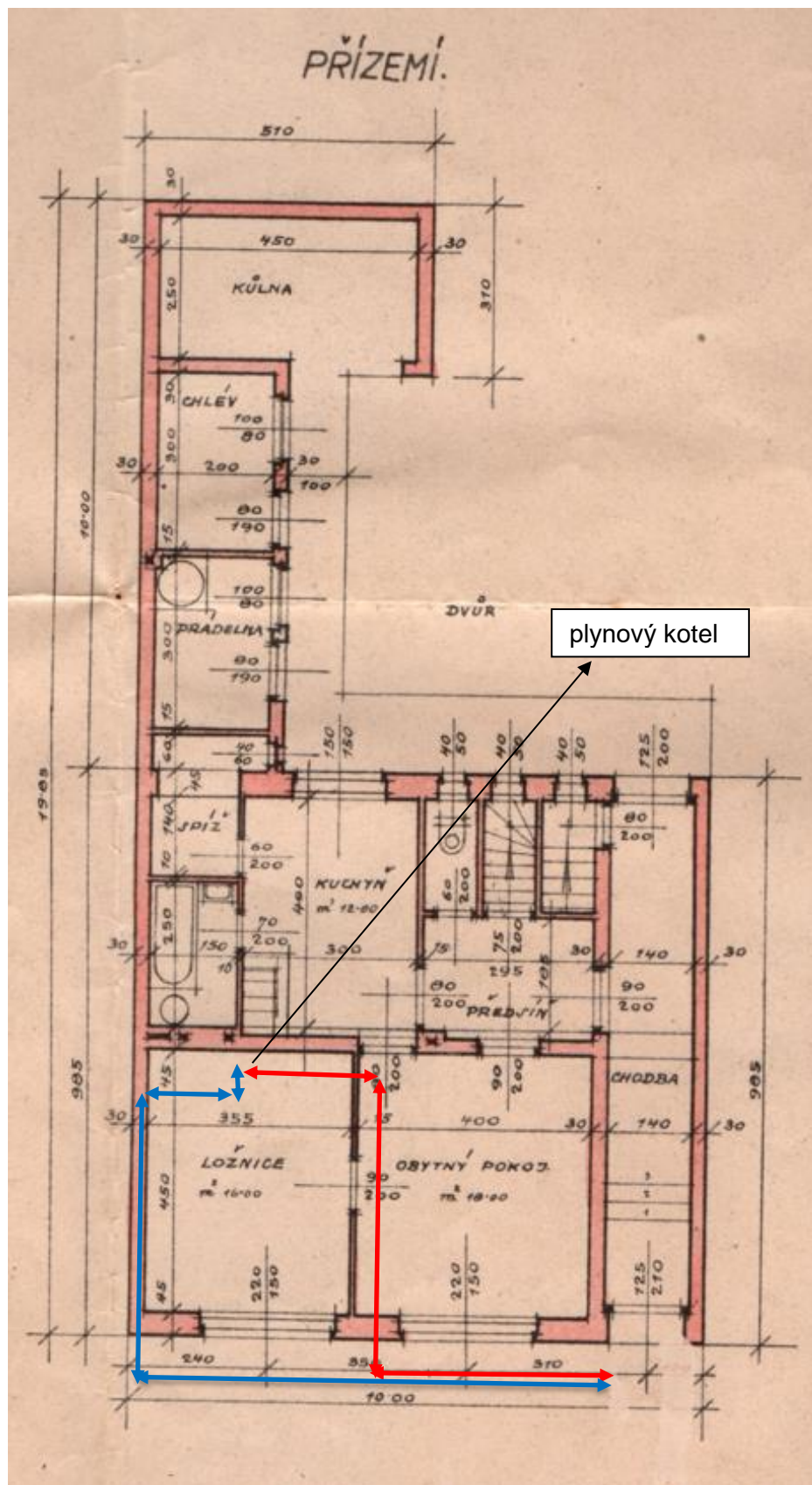
Od opraváře kotlů Jana zjistila rozměry průřezu nových trubek v milimetrech, které se používají, aby kotel ohřívá co nejmenší množství vody, viz obrázek 2.



Obrázek 2 Průřez nové trubky

Jana se začala seznamovat s plánem přízemí domu, viz obrázek 3. Místnosti jsou okótované čísly, které představují rozměry místností.

.

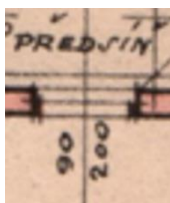


Obrázek 3 Plán přízemí domu

Úkol č. 1

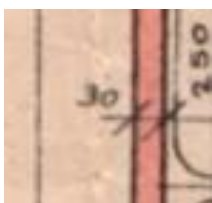
Odhadněte, v jakých jednotkách jsou kóty uvedeny.

Janu zaujalo kótování stavebních otvorů – oken a dveří. Šla se tedy zeptat dědečka, co tato čísla znamenají



Dědeček jí vysvětlil, že každý stavební otvor má svoji šířku a výšku (90/200). V tomto případě (obrázek 4) jsou dveře široké 90 cm a vysoké 200 cm.

Obrázek 4 Označení rozměrů stavebních otvorů



Okótovány jsou i šířky jednotlivých zdí, viz obrázek 5. Je potřeba tento údaj zahrnout do měření, neboť trubky procházejí přes zdi.

Obrázek 5 Kótování zdí

Jana se rozhodla nejprve zjistit údaje potřebné k výpočtu objemu vody, kterou ohřívá kotel. Přichystala si přehlednou tabulku, do které si bude zapisovat délky jednotlivých úseků potrubí s teplou vodou.

Úkol č. 2

Využijte plán přízemí na obrázku 3 a vyplňte tabulku. Zjistíme pouze délku červeně vyznačeného potrubí, to je naplněno vodou, která se ohřívá.

Protože se jedná o původní plán domu z roku 1953 a některé údaje mohou být hůř čitelné, neváhejte se zeptat paní učitelky/pana učitele, pokud nebudete moci nějaký údaj přečíst. Délku potrubí s teplou vodou v kuchyni zjistíte, když odečtete šířku dveří mezi kuchyní a obytným pokojem od délky kuchyně. Pozor, údaj o šířce dveří mezi kuchyní a obytným pokojem je hůř čitelný, šířka dveří mezi kuchyní a obytným prostorem je o 10 cm menší než šířka dveří mezi obytným pokojem a ložnicí. V obytném pokoji vede topení přes zeď z kuchyně, nad dveřmi mezi ložnicí a obytným pokojem a pod okny.

Místnost	Délka potrubí v cm
Kuchyně	
Šířka zdi mezi kuchyní a obytným pokojem	
Obytný pokoj – stěna s ložnicí	
Obytný pokoj – stěna s okny	
Celková délka červeného potrubí	

Úkol č. 3**Objem vody v potrubí s teplou vodou**

a) Trubka s větším průměrem:

b) Trubka s menším průměrem:

c) Kolikrát méně vody by se ohřívalo v potrubí s menším průměrem než v potrubí s větším průměrem? Výsledek zaokrouhlete na jednotky.

Úkol č. 4

Vycházejte ze vzorce pro objem válce $V = \pi r^2 v$. Doplňte (vyberte) správnou odpověď:

Objem válce závisí přímo/nepřímo úměrně na druhé mocnině

Pokud se poloměr válce zmenší třikrát, objem válce se

Pokud se poloměr válce zvětší dvakrát, objem válce se

Ověřte si tuto závislost na našem konkrétním příkladu potrubí.

Řešení:

Rozřazování do dvojic.

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	$\frac{1}{4}$ litru	56 mm	10 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	20 cl	0,48 dm	11 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	0,3 dm ³	56 mm	12 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	125 ml	0,34 dm	14 cm

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	$\frac{1}{5}$ litru	4,4 cm	13 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	1,5 dl	46 mm	9 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	3 dl	0,68 dm	8 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	125 ml	48 mm	7 cm

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	15 cl	52 mm	7 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	0,25 l	6,4 cm	8 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	20 cl	0,54 dm	9 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	0,2 l	50 mm	10 cm

	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	25 cl	5,4 cm	11 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	125 ml	36 mm	12 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	300 ml	0,54 dm	13 cm
	Objem hrnečku	Průměr dna hrnečku	Výška hrnečku
	1,6 dl	0,38 dm	14 cm

Řešení pracovního listu:

Úkol č. 1

Odhadněte, v jakých jednotkách jsou kóty uvedeny.

v centimetrech

Úkol č. 2

Využijte plán přízemí na obrázku 3 a vyplňte tabulku. Zjišťujeme pouze délku červeně vyznačeného potrubí, to je naplněno vodou, která se ohřívá.

Místnost	Délka potrubí v cm
Kuchyně	220 (300–80)
Zed' mezi kuchyní a obytným pokojem	45
Obytný pokoj – stěna s ložnicí	450
Obytný pokoj – stěna s okny	400
Celková délka červeného potrubí	1 115

Úkol č. 3

Objem vody v potrubí s teplou vodou

a) Trubka s větším průměrem:

$$r_1 = 21,15 \text{ mm} = 0,2115 \text{ dm}$$

$$d = 1115 \text{ cm} = 111,5 \text{ dm}$$

$$V_1 = \pi r_1^2 d$$

$$V_1 = \pi \cdot 0,2115^2 \text{ dm}^2 \cdot 111,5 \text{ dm}$$

$$V_1 \doteq 15,67 \text{ dm}^3 = 15,67 \text{ l}$$

b) Trubka s menším průměrem:

$$r_2 = 8 \text{ mm} = 0,08 \text{ dm}$$

$$d = 1115 \text{ cm} = 111,5 \text{ dm}$$

$$V_2 = \pi r_2^2 d$$

$$V_2 = \pi \cdot 0,08^2 \text{ dm}^2 \cdot 111,5 \text{ dm}$$

$$V_2 \doteq 2,24 \text{ dm}^3 = 2,24 \text{ l}$$

c) Kolikrát méně vody by se ohřívalo v potrubí s menším průměrem než v potrubí s větším průměrem? Výsledek zaokrouhlete na jednotky. **7krát**

Úkol č. 4

Vycházejte ze vzorce pro objem válce $V = \pi r^2 v$. Doplňte (vyberte) správnou odpověď:

Objem válce závisí **přímo** úměrně na druhé mocnině **poloměru podstavy válce**.

Pokud se poloměr válce zmenší třikrát, objem válce se **zmenší devětkrát**.

Pokud se poloměr válce zvětší dvakrát, objem válce se **zvětší čtyřikrát**.

Ověřte si tuto závislost na našem konkrétním příkladu potrubí.

$$r_1 = 21,15 \text{ mm} = 0,2115 \text{ dm}$$

$$r_2 = 8 \text{ mm} = 0,08 \text{ dm}$$

Poloměr trubky se zmenší asi 2,64krát, tedy objem válce se $2,64^2$ krát zmenší (Pokud se poloměr válce zmenší třikrát, objem válce se zmenší devětkrát, jde tedy o druhou mocninu.)

$$2,64^2 \doteq 6,97$$

Objem trubky se zmenší přibližně 7krát.